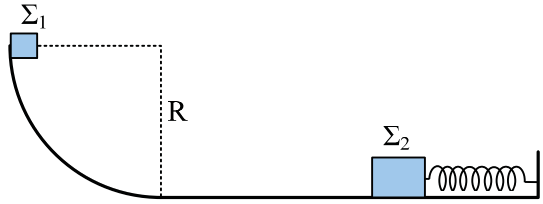
ΠΡΟΒΛΗΜΑΤΑ

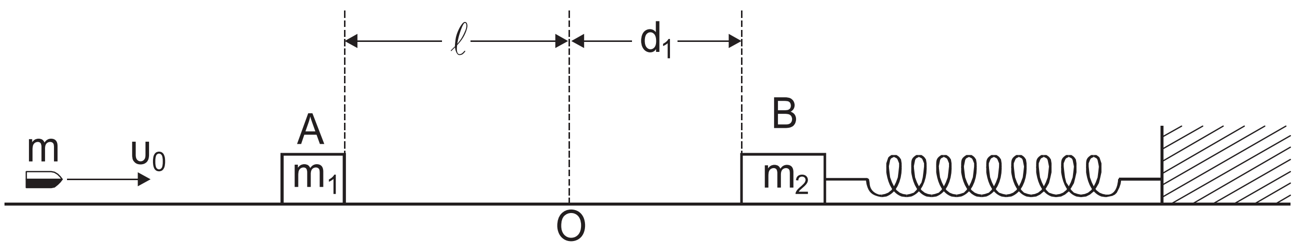
1. Το σώμα $Σ_1$ μάζας m_1 = 1 kg του επόμενου σχήματος αφήνεται να ολισθήσει από την κορυφή λείου κατακόρυφου τεταρτοκυκλίου ακτίνας R = 1,8 m. Στη συνέχεια το σώμα $Σ_1$ κινείται πάνω σε λείο οριζόντιο επίπεδο και συγκρούεται κεντρικά και πλαστικά με ακίνητο σώμα $Σ_2$ μάζας m_2 = 2 kg. Το σώμα $Σ_2$ είναι στερεωμένο στο ένα άκρο οριζόντιου ελατηρίου σταθεράς k = 300 N/m, το άλλο άκρο του οποίου είναι στερεωμένο σε ακλόνητο σημείο. Τη στιγμή της κρούσης η ταχύτητα του $Σ_1$ είναι παράλληλη με τον άξονα του ελατηρίου. Μετά την κρούση το συσσωμάτωμα εκτελεί απλή αρμονική ταλάντωση.



Να βρείτε:

α. Την ταχύτητα του σώματος $Σ_1$, στο οριζόντιο επίπεδο, πριν συγκρουστεί με το $Σ_2$.
β. Την ταχύτητα του συσσωματώματος, αμέσως μετά την κρούση.
γ. Το διάστημα που διανύει το συσσωμάτωμα, μέχρι η ταχύτητά του να μηδενιστεί για πρώτη φορά.
δ. Το χρονικό διάστημα από τη στιγμή της κρούσης, μέχρι τη στιγμή που η ταχύτητα του συσσωματώματος μηδενίζεται για δεύτερη φορά.
Δίνεται η επιτάχυνση της βαρύτητας: g = 10 m/s².

2. Βλήμα μάζας m κινούμενο με ταχύτητα μέτρου $υ_0$ = 16m/s, συγκρούεται κεντρικά και πλαστικά με ακίνητο σώμα Α μάζας m_1 = 3m που βρίσκεται ακίνητο σε λείο οριζόντιο επίπεδο και σε απόσταση $\ell = 15{,}7\text{cm}$ από σημείο Ο του επιπέδου στην ευθεία κίνησης του βλήματος, όπως φαίνεται στο σχήμα.



Σώμα Β μάζας m_2=4m είναι προσδεμένο στο ένα άκρο οριζόντιου ιδανικού ελατηρίου το άλλο άκρο του οποίου είναι ακλόνητα στερεωμένο. Ο άξονας του ελατηρίου συμπίπτει με τη διεύθυνση κίνησης του βλήματος. Αρχικά το ελατήριο είναι συμπιεσμένο, ώστε το σώμα Β να απέχει απόσταση d_1 από το σημείο Ο που αντιστοιχεί στη θέση του φυσικού μήκους του ελατηρίου. Τη χρονική στιγμή που το βλήμα προσκρούει στο σώμα Α, το σώμα Β αφήνεται ελεύθερο.
Το συσσωμάτωμα του βλήματος και του σώματος Α, κινούμενο με ταχύτητα μέτρου $υ_1$, συγκρούεται κεντρικά και ελαστικά με το σώμα Β τη στιγμή που αυτό έχει τη μέγιστη ταχύτητά του για πρώτη φορά.
Να υπολογίσετε:
α) το μέτρο $υ_1$ της ταχύτητας του συσσωματώματος.
β) το μέτρο $υ'_2$ της ταχύτητας του σώματος Β αμέσως μετά την κρούση του με το συσσωμάτωμα.
γ) την περίοδο ταλάντωσης του σώματος Β.
δ) το νέο πλάτος d_2 της ταλάντωσης του σώματος Β μετά την κρούση του με το συσσωμάτωμα.
Δίνεται π=3,14.

3. Δύο σημαδούρες Α και Β απέχουν μεταξύ τους απόσταση ΑΒ = 13,5m και η ευθεία που διέρχεται από αυτές είναι κάθετη στην ακτογραμμή. Πλοίο που κινείται παράλληλα στην ακτογραμμή, μακριά από τις σημαδούρες δημιουργεί κύμα, με φορά διάδοσης από την Α προς την Β, το οποίο θεωρούμε εγκάρσιο αρμονικό. Το κύμα διαδίδεται προς την ακτή. Εξ αιτίας του κύματος η κάθε σημαδούρα διέρχεται από τη θέση ισορροπίας της 30 φορές το λεπτό. Ο χρόνος που απαιτείται, για να φθάσει ένα «όρος» του κύματος από τη σημαδούρα Α στη Β, είναι 9s. Η μέγιστη ταχύτητα ταλάντωσης κάθε σημαδούρας είναι $\frac{\pi}{5}\,\mathrm{m/s}$. Θεωρούμε ως αρχή μέτρησης των αποστάσεων τη σημαδούρα Α και ως αρχή μέτρησης των χρόνων τη στιγμή που η σημαδούρα Α βρίσκεται στη θέση ισορροπίας και κινείται προς τα θετικά.

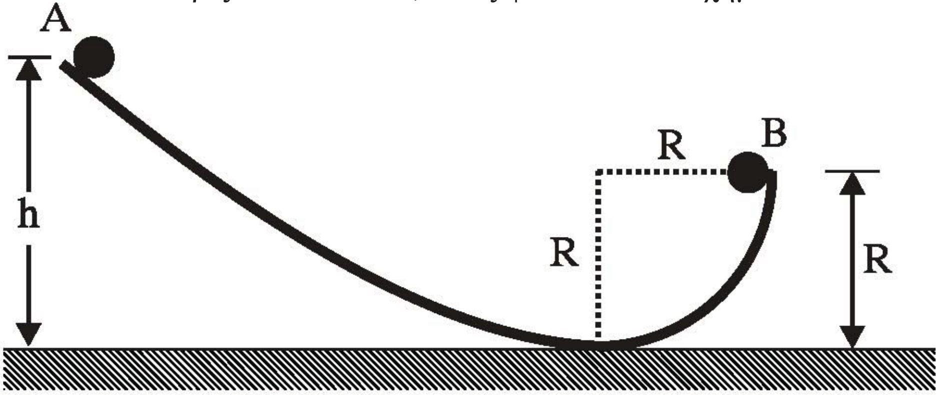
α) Να υπολογιστεί το μήκος του κύματος.

β) Πόσο απέχει η σημαδούρα Α από την ακτή, αν αυτή βρίσκεται για 21^{η} φορά στην ανώτερη θέση της ταλάντωσής της, όταν το κύμα φθάσει στην ακτή.

γ) Να γραφεί η εξίσωση ταλάντωσης της σημαδούρας Β, καθώς το κύμα διαδίδεται από τη σημαδούρα Α προς τη Β.

δ) Να βρεθεί το μέτρο της ταχύτητας ταλάντωσης της σημαδούρας Β κάποια χρονική στιγμή που η σημαδούρα Α βρίσκεται στο ανώτατο σημείο της ταλάντωσής της.

4. Μια μικρή σφαίρα μάζας m=1kg, ακτίνας r =0,02m και ροπής αδράνειας ως προς άξονα που διέρχεται από το κέντρο μάζας της $I_{cm} = \frac{2}{5}mr^2$, αφήνεται από το σημείο Α που βρίσκεται σε ύψος h=9m πάνω από το οριζόντιο επίπεδο, όπως φαίνεται στο σχήμα.



Η σφαίρα κυλίεται χωρίς να ολισθαίνει. Όταν η σφαίρα διέρχεται από το σημείο Β του οδηγού, το οποίο απέχει απόσταση R=2m από το οριζόντιο επίπεδο, να υπολογίσετε:

Α. Τη ροπή αδράνειας της σφαίρας ως προς άξονα που διέρχεται από το σημείο Β και είναι παράλληλος προς τον άξονα περιστροφής της.

Β. Το μέτρο της ταχύτητας του κέντρου μάζας της σφαίρας.

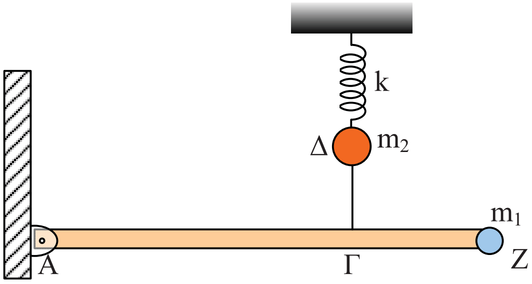
Γ. Το μέτρο της στροφορμής της σφαίρας ως προς τον άξονα περιστροφής της.

Δ. Το μέγιστο ύψος στο οποίο θα φθάσει το κέντρο μάζας της σφαίρας, από το σημείο Β.

Η αντίσταση του αέρα θεωρείται αμελητέα.

Δίνεται η επιτάχυνση της βαρύτητας: $g = 10\mathrm{m/s^2}$

5. Ομογενής άκαμπτη ράβδος ΑΖ έχει μήκος L = 4m, μάζα M = 3kg και ισορροπεί σε οριζόντια θέση, όπως φαίνεται στο σχήμα. Στο άκρο της Α υπάρχει ακλόνητη άρθρωση γύρω από την οποία η ράβδος μπορεί να περιστρέφεται, χωρίς τριβές, ενώ στο άλλο άκρο της Ζ υπάρχει στερεωμένο σφαιρίδιο μάζας m_1 = 0,6kg και αμελητέων διαστάσεων. Ένα αβαρές τεντωμένο νήμα ΔΓ συνδέει το σημείο Γ της ράβδου με σφαιρίδιο μάζας m_2 = 1kg το οποίο είναι στερεωμένο στο ελεύθερο άκρο ιδανικού ελατηρίου σταθεράς k = 100 N/m. Το άλλο άκρο του ελατηρίου είναι ακλόνητο. Η απόσταση ΑΓ είναι ίση με 2,8m. Όλη η διάταξη βρίσκεται στο ίδιο κατακόρυφο επίπεδο, στο οποίο γίνονται και όλες οι κινήσεις.



Α. *Να υπολογίσετε:*

Α₁) τη ροπή αδράνειας του συστήματος ράβδου – σφαιριδίου m_1 ως προς τον οριζόντιο άξονα που διέρχεται από το σημείο Α και είναι κάθετος στο επίπεδο της διάταξης.

Α₂) το μέτρο της τάσης του νήματος ΔΓ.

Β. Αν κόψουμε το νήμα ΔΓ, το σφαιρίδιο m_2 εκτελεί αμείωτη αρμονική ταλάντωση, ενώ η ράβδος μαζί με το σώμα m_1, υπό την επίδραση της βαρύτητας, περιστρέφονται χωρίς τριβές γύρω από το σημείο Α.

Να υπολογίσετε:

Β₁) το χρόνο που χρειάζεται το σφαιρίδιο m_2 από τη στιγμή που κόβεται το νήμα μέχρι τη στιγμή που θα φθάσει στην ψηλότερη θέση του για πρώτη φορά.

Β₂) το μέτρο της γραμμικής ταχύτητας του σημείου Ζ, τη στιγμή που η ράβδος περνάει από την κατακόρυφη θέση.

Δίνονται: g = 10ms⁻², ροπή αδράνειας της ράβδου ως προς το κέντρο μάζας της: $I_{CM} = \frac{1}{12}ML^2$, *π = 3,14.*

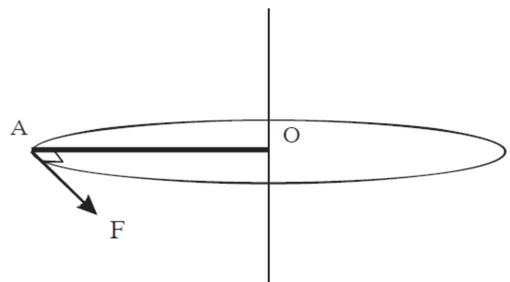
6. Η ράβδος ΟΑ του σχήματος με μήκος L = 1 m και μάζα M = 6 kg είναι οριζόντια και περιστρέφεται υπό την επίδραση οριζόντιας δύναμης F που έχει σταθερό μέτρο και είναι διαρκώς κάθετη στη ράβδο, στο άκρο της Α. Η περιστροφή γίνεται γύρω από σταθερό κατακόρυφο άξονα που διέρχεται από το Ο.

Αρχικά η ράβδος είναι ακίνητη. Οι τριβές θεωρούνται αμελητέες. Να υπολογιστούν:

α. Η τιμή της δύναμης F, αν γνωρίζουμε ότι το έργο που έχει προσφέρει η δύναμη στη διάρκεια της πρώτης περιστροφής είναι 30π J.

β. Η γωνιακή επιτάχυνση της ράβδου.

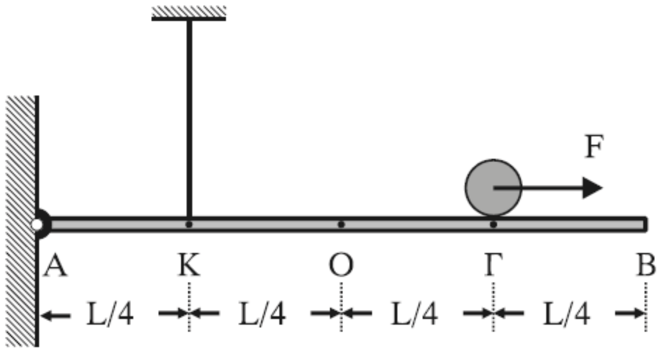
γ. Ο ρυθμός με τον οποίο η δύναμη μεταφέρει ενέργεια στη ράβδο στο τέλος της πρώτης περιστροφής.



Δίνονται: $\sqrt{30\pi} = 9,7$

Η ροπή αδράνειας της ράβδου ως προς άξονα που διέρχεται από το κέντρο μάζας της και είναι κάθετος στη ράβδο $I_{cm} = \frac{1}{12}ML^2$.

7. Ομογενής και ισοπαχής ράβδος μήκους L=4m και μάζας M=2kg ισορροπεί οριζόντια. Το άκρο Α της ράβδου συνδέεται με άρθρωση σε κατακόρυφο τοίχο. Σε σημείο Κ της ράβδου έχει προσδεθεί το ένα άκρο κατακόρυφου αβαρούς νήματος σταθερού μήκους, με το επάνω άκρο του συνδεδεμένο στην οροφή, όπως φαίνεται στο σχήμα.



Στο σημείο Γ ισορροπεί ομογενής σφαίρα μάζας m=2,5kg και ακτίνας r=0,2m.
Δίνονται ΑΚ =L/4 και ΑΓ=3L/4
α. Να υπολογισθεί το μέτρο της δύναμης που ασκεί το νήμα στη ράβδο.
Τη χρονική στιγμή t=0 ασκείται στο κέντρο μάζας της σφαίρας με κατάλληλο τρόπο, σταθερή οριζόντια δύναμη μέτρου F=7N, με φορά προς το άκρο Β. Η σφαίρα κυλίεται χωρίς να ολισθαίνει.
β. Να υπολογισθεί το μέτρο της επιτάχυνσης του κέντρου μάζας της σφαίρας κατά την κίνησή της.
γ. Να υπολογισθεί το μέτρο της ταχύτητας του κέντρου μάζας της σφαίρας όταν φθάσει στο άκρο Β.
δ. Να υπολογισθεί το μέτρο της στροφορμής της σφαίρας όταν φθάσει στο άκρο Β.
Δίνονται: η ροπή αδράνειας της σφαίρας μάζας m ως προς άξονα που διέρχεται από το κέντρο μάζας της $I_{cm} = \frac{2}{5}mr^2$ και g=10 m/s^2.

8. Στην οροφή ερευνητικού εργαστηρίου είναι στερεωμένο ιδανικό ελατήριο σταθεράς K=60N/m, στο άλλο άκρο του οποίου στερεώνεται σώμα Σ_1 με μάζα m_1=17kg. Το σύστημα ισορροπεί. Ένας παρατηρητής βρίσκεται στον κατακόρυφο άξονα y΄y που ορίζει ο άξονας του ελατηρίου. Ο παρατηρητής εκτοξεύει κατακόρυφα προς τα πάνω σώμα Σ_2 μάζας m_2=3kg με ταχύτητα μέτρου υ_0=12m/s. Το σημείο εκτόξευσης απέχει απόσταση h=2,2m από το σώμα Σ_1. Το σώμα Σ_2 έχει ενσωματωμένη σειρήνα που εκπέμπει συνεχώς ήχο συχνότητας fs=700Hz.
α) Να υπολογίσετε τη συχνότητα του ήχου που αντιλαμβάνεται ο παρατηρητής λίγο πριν από την κρούση του σώματος Σ_2 με το σώμα Σ_1.
β) Η κρούση που επακολουθεί είναι πλαστική και γίνεται με τρόπο ακαριαίο. Να βρεθεί η σχέση που περιγράφει την απομάκρυνση y της ταλάντωσης του συσσωματώματος από τη θέση ισορροπίας του συσσωματώματος, σε συνάρτηση με το χρόνο. Για την περιγραφή αυτή θεωρούμε ως αρχή μέτρησης του χρόνου (t=0) τη στιγμή της κρούσης και ως θετική φορά του άξονα των απομακρύνσεων τη φορά της ταχύτητας του συσσωματώματος αμέσως μετά την κρούση.
γ) Η σειρήνα δεν καταστρέφεται κατά την κρούση. Να βρεθεί η σχέση που δίνει τη συχνότητα f_A, την οποία αντιλαμβάνεται ο παρατηρητής σε συνάρτηση με το χρόνο μετά την κρούση.
δ) Να βρεθεί ο λόγος της μέγιστης συχνότητας $f_{A,max}$ προς την ελάχιστη συχνότητα $f_{A,min}$ που αντιλαμβάνεται ο παρατηρητής.
Δίνονται η ταχύτητα διάδοσης του ήχου στον αέρα $\upsilon_{\eta\chi}$=340 m/s και g=10m/s^2.