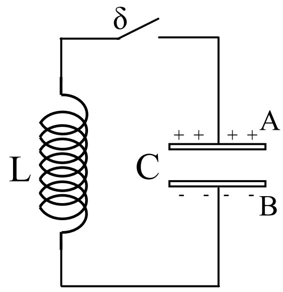
Ερώτηση με αιτιολόγηση



Στο ιδανικό κύκλωμα LC του σχήματος, ο πυκνωτής είναι φορτισμένος με φορτίο Q και ο διακόπτης δ ανοιχτός. Τη χρονική στιγμή t_0=0 κλείνουμε το διακόπτη όποτε το κύκλωμα εκτελεί ελεύθερη αρμονική ηλεκτρική ταλάντωση χωρίς απόσβεση (οπλισμός αναφοράς ο Α).

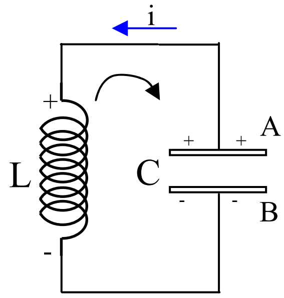
Να δικαιολογήσετε την ορθότητα ή μη του παρακάτω ισχυρισμού:

«Η ΗΕΔ από αυτεπαγωγή που αναπτύσσεται στο πηνίο είναι μέγιστη κατ' απόλυτη τιμή τη στιγμή που η ένταση του ρεύματος που διαρρέει το πηνίο είναι μέγιστη, δηλαδή $i = +I$ *».*

Απάντηση

Επειδή τη χρονική στιγμή t_0=0 που κλείνουμε το διακόπτη το φορτίο του οπλισμού αναφοράς είναι μέγιστο (q=+Q), η χρονική εξίσωση του φορτίου του οπλισμού αναφοράς Α έχει τη μορφή $q = Q\sigma\upsilon\nu\omega t$ και η χρονική εξίσωση του ρεύματος που διαρρέει το κύκλωμα επίσης $i = -I\eta\mu\omega t$.

Με V_c συμβολίζουμε τη διαφορά δυναμικού $V_A - V_B$, στα άκρα του πυκνωτή ($V_c = V_A - V_B$ με V_A το δυναμικό του οπλισμού αναφοράς Α).



Τυχαία στιγμή

Κάθε χρονική στιγμή ισχύει $E_{\alpha\upsilon\tau} = V_c$. Έχουμε λοιπόν

$$E_{\alpha\upsilon\tau} = V_c \rightarrow E_{\alpha\upsilon\tau} = \frac{q}{C} \rightarrow |E_{\alpha\upsilon\tau}| = \frac{|q|}{C} \quad (1)$$

α΄ τρόπος

Από την αρχή της διατήρησης της ενέργειας ταλάντωσης παίρνουμε:

$$U_E + U_B = E_T \rightarrow \frac{1}{2}\cdot\frac{q^2}{C} + \frac{1}{2}\cdot Li^2 = \frac{1}{2}\cdot LI^2 \rightarrow q^2 = LC\cdot(I^2 - i^2) \rightarrow |q| = \sqrt{LC}\cdot\sqrt{I^2 - i^2}.$$ Όμως

$$\omega = \frac{2\pi}{T} = \frac{2\pi}{2\pi\sqrt{LC}} = \frac{1}{\sqrt{LC}} \rightarrow \sqrt{LC} = \frac{1}{\omega}, \text{ οπότε: } |q| = \frac{\sqrt{I^2 - i^2}}{\omega} \quad (2)$$

Οι (1) και (2) δίνουν $|E_{\alpha\upsilon\tau}| = \dfrac{\sqrt{I^2 - i^2}}{\omega\cdot C}$. <u>Όταν</u> $i = +I$ η τελευταία σχέση δίνει $|E_{\alpha\upsilon\tau}| = \dfrac{\sqrt{I^2 - I^2}}{\omega\cdot C}$

δηλαδή $|E_{\alpha\upsilon\tau}| = 0$

***Συμπέρασμα*: Ο ισχυρισμός είναι λανθασμένος.**

Παρατήρηση: Η σχέση (2) προκύπτει και ως εξής:

$$\left.\begin{array}{l} q = Q\sigma\upsilon\nu\omega t \\ i = -I\eta\mu\omega t \end{array}\right\} \rightarrow \left.\begin{array}{l} \sigma\upsilon\nu^2\omega t = \dfrac{q^2}{Q^2} \\ \eta\mu^2\omega t = \dfrac{i^2}{I^2} \end{array}\right\} \xrightarrow{(+)} \frac{q^2}{Q^2} + \frac{i^2}{I^2} = 1 \xrightarrow{Q=\frac{I}{\omega}} |q| = \frac{\sqrt{I^2 - i^2}}{\omega}$$

β΄ τρόπος

Από την εκφώνηση , $i = +I$, οπότε

$i = +I \rightarrow -I\eta\mu\omega t = +I \rightarrow \eta\mu\omega t = -1 \rightarrow \eta\mu\omega t = \eta\mu(\frac{3\pi}{2}) \rightarrow \omega t = 2k\pi + \frac{3\pi}{2}$, με k=0,1,2, …

Επίσης: $q = Q\sigma\upsilon\nu\omega t \rightarrow q = Q\sigma\upsilon\nu(2k\pi + \frac{3\pi}{2}) \rightarrow q = 0$.

Από την (1) $|E_{\alpha\upsilon\tau}| = \frac{0}{C} \rightarrow |E_{\alpha\upsilon\tau}| = 0$

***Συμπέρασμα*: Ο ισχυρισμός είναι λανθασμένος.**

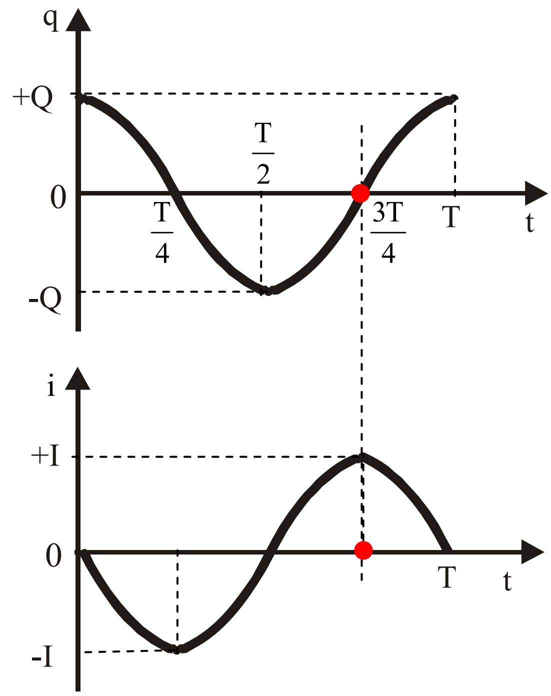
γ΄ τρόπος

Δεξιά φαίνονται οι γραφικές παραστάσεις των σχέσεων $q = Q\sigma\upsilon\nu\omega t$ και $i = -I\eta\mu\omega t$.

Παρατηρούμε ότι τις χρονικές στιγμές $t = kT + \frac{3T}{4}$ με k=0,1,2, … το ρεύμα είναι $i = +I$ και το φορτίο q αντίστοιχα έχει μηδενική τιμή $(q = 0)$.

Από την (1) παίρνουμε $|E_{\alpha\upsilon\tau}| = \frac{0}{C} \rightarrow |E_{\alpha\upsilon\tau}| = 0$

***Συμπέρασμα*: Ο ισχυρισμός είναι λανθασμένος.**



asteriostr@gmail.com