

ΠΕΡΙΓΡΑΦΗ - ΜΕΛΕΤΗ ΚΙΝΗΣΕΩΝ

Εισαγωγή

Ένα σώμα κινείται, όταν αλλάζει θέση ή προσανατολισμό στο χώρο με το πέρασμα του χρόνου.

- Στην περιγραφή της κίνησης (Α' λυκείου) ορίσαμε την έννοιες ΘΕΣΗ, ΜΕΤΑΤΟΠΙΣΗ, ΜΗΚΟΣ ΔΙΑΔΡΟΜΗΣ, ΤΡΟΧΙΑ, ΤΑΧΥΤΗΤΑ, ΕΠΙΤΑΧΥΝΣΗ. Στην έννοια «επιτάχυνση» (αποτέλεσμα) δεν κάναμε αναφορά στην αιτία που την προκαλεί.
- Στην μελέτη της κίνησης ορίσαμε την έννοια «δύναμη». Ακολούθησαν οι τρεις ΝΟΜΟΙ ΤΟΥ ΝΕΥΤΩΝΑ, ΚΑΙ ΟΙ ΝΟΜΟΙ ΔΥΝΑΜΕΩΝ όπως Ο ΝΟΜΟΣ της τριβής, Ο ΝΟΜΟΣ του Hooke, Ο ΝΟΜΟΣ της παγκόσμιας έλξης, Ο ΝΟΜΟΣ του Coulomb.
- **Ο δεύτερος νόμος του Νεύτωνα** μας αναφέρει ότι η **αιτία** που προκαλεί επιτάχυνση σε ένα σώμα είναι η **συνισταμένη δύναμη που δρα σε αυτό**.

ΟΙ ΝΟΜΟΙ ΣΤΗ ΔΥΝΑΜΙΚΗ

- **Νόμος του Hooke:** Η παραμόρφωσή των ελατηρίων (επιμήκυνση ή συσπείρωση) είναι ανάλογη με τη δύναμη που τους ασκείται, $F = k \cdot \Delta l$, όπου k η σταθερά του ελατηρίου.

- 1^{ος} **Νόμος του ΝΕΥΤΩΝΑ** (Νόμος της αδράνειας): Ένα σώμα συνεχίζει να παραμένει ακίνητο ή να κινείται ευθύγραμμα και ομαλά εφόσον δεν ασκείται σε αυτό δύναμη ή η συνολική (συνισταμένη) δύναμη που ασκείται πάνω του είναι μηδενική (Ο νόμος αυτός συνδέεται με την ιδιότητα των σωμάτων που λέγεται αδράνεια).

$$\vec{v} = 0 \quad \text{ή} \quad \vec{v} = \text{σταθερή} \quad \text{όταν} \quad \vec{F}_{\text{ολ}} = 0.$$

- 2^{ος} **Νόμος του ΝΕΥΤΩΝΑ** (Θεμελιώδης Νόμος της μηχανικής):

Η επιτάχυνση που αποκτά ένα σώμα είναι ανάλογη της συνισταμένης (συνολικής) δύναμης που ασκείται σ' αυτό και αντιστρόφως ανάλογη της μάζας του, $\vec{a} = \frac{\vec{F}}{m}$ ή ισοδύναμα $\vec{F} = m\vec{a}$.

Γενίκευση του 2^{ου} Νόμου του Νεύτωνα $\vec{F} = \frac{\Delta \vec{p}}{\Delta t}$ ή στιγμιαία $\vec{F} = \frac{d\vec{p}}{dt}$.

- 3^{ος} **Νόμος του ΝΕΥΤΩΝΑ** (Νόμος Δράσης – Αντίδρασης):

Όταν ένα σώμα ασκεί δύναμη σ' ένα άλλο σώμα (δράση), τότε και το δεύτερο σώμα ασκεί δύναμη ίσου μέτρου και αντίθετης κατεύθυνσης στο πρώτο (αντίδραση) $\vec{F}_{1,2} = -\vec{F}_{2,1}$



- **Νόμος της τριβής ολίσθησης** $T = \mu N$

• **Στη Μετανευτώνεια φυσική** ορίσαμε τις έννοιες ΕΡΓΟ, ΕΝΕΡΓΕΙΑ, ΙΣΧΥΣ, ΑΠΟΔΟΣΗ. Διατυπώσαμε αρχές (νόμους – θεωρήματα). Για παράδειγμα, την αρχή διατήρηση της μηχανικής ενέργειας, την αρχή διατήρηση της ενέργειας, το θεώρημα έργου-ενέργειας (ή ΘΜΚΕ).

• ΕΠΙΣΗΣ την αρχή διατήρηση της ορμής και όπως θα δούμε φέτος - την αρχή διατήρηση της στροφορμής, στη στροφική κίνηση στερεού σώματος.

Σημαντική παρατίθονται

Δεν ξεχνάμε ότι οι κινήσεις των σωμάτων αναφέρονται πάντα σε ορισμένο σύστημα αναφοράς.

Οι κινήσεις των υλικών σωμάτων κατατάσσονται στις εξής κατηγορίες:

- κίνηση υλικού σημείου (ευθύγραμμη – καμπυλόγραμμη – κυκλική)
- μεταφορική κίνηση (μηχανικού) στερεού. Στη μεταφορική κίνηση κάθε στιγμή όλα τα υλικά σημεία του στερεού σώματος έχουν την ίδια ταχύτητα.
- στροφική κίνηση (μηχανικού) στερεού γύρω από σταθερό άξονα. Στη στροφική κίνηση το στερεό σώμα αλλάζει προσανατολισμό στο χώρο. Όλα τα υλικά σημεία του στερεού έχουν κάθε στιγμή την ίδια γωνιακή ταχύτητα.
- σύνθετη κίνηση (μηχανικού) στερεού. Η σύνθετη κίνηση μπορεί να μελετηθεί ως επαλληλία μιας μεταφορικής και μιας στροφικής κίνησης.

Περιγραφή της κίνησης – Κινηματική προσέγγιση

Η κινηματική προσέγγιση της κίνησης γίνεται με δύο τρόπους:

- αλγεβρικά, με τις εξισώσεις κίνησης και
- γεωμετρικά, με τις γραφικές παραστάσεις (διαγράμματα). Στα διαγράμματα προσέχουμε την **κλίση** και το **εμβαδόν** μην τυχόν αριθμητικά, εικφράζουν κάποιο φυσικό μέγεθος.

Εξισώσεις κίνησης είναι μαθηματικές συναρτήσεις οι οποίες συνδέουν τη **θέση**, την **ταχύτητα** και την **επιτάχυνση** του κινητού με τον χρόνο κίνησης, $x = f(t)$, $v = f'(t)$, $a = f''(t)$.

Iσχύει: $\vec{v} = \frac{\Delta \vec{x}}{\Delta t}$ (αυστηρά $\vec{v} = \frac{d\vec{x}}{dt}$), $\vec{a} = \frac{\Delta \vec{v}}{\Delta t}$ (αυστηρά $\vec{a} = \frac{d\vec{v}}{dt}$)

Μελέτη της κίνησης – Δυναμική προσέγγιση

Η δυναμική προσέγγιση γίνεται με τους τρεις Νευτωνικούς νόμους κίνησης και τους νόμους των δυνάμεων (ΝΟΜΟΣ της τριβής, ΝΟΜΟΣ του Hooke, ΝΟΜΟΣ της παγκόσμιας έλξης, ΝΟΜΟΣ του Coulomb).

Μετανευτώνεια μελέτη κίνησης – Ενεργειακή προσέγγιση

Η ενεργειακή προσέγγιση γίνεται συνήθως με τη δυναμική – κινητική – μηχανική ενέργεια, την αρχή διατήρησης της μηχανικής ενέργειας και την αρχή διατήρησης της ενέργειας.

Έργο σταθερής δύναμης	$W = F \cdot \Delta x \cdot \sin \theta$
Κινητική ενέργεια λόγω μεταφορικής κίνησης	$K = \frac{1}{2} m v^2$
Κινητική ενέργεια λόγω περιστροφικής κίνησης: ($I =$ ροπή αδράνειας του στερεού) (Γ' Λυκείου)	$K = \frac{1}{2} I \omega^2$
Δυναμική βαρυτική ενέργεια:	$U = mgh$
Δυναμική ελαστική ενέργεια	$U = \frac{1}{2} k (\Delta \ell)^2$
Μηχανική ενέργεια	$E_{μηχ} = U + K$
Θερμότητα	$Q = W_T \quad \text{ή} \quad Q = mc\Delta\theta$

Σημαντική παρατίθοη στην ενέργεια

Η ενέργεια μπορεί να μεταβιβαστεί από ένα σώμα σ' ένα άλλο με τους εξής δύο τρόπους:

- Μέσω του έργου μιας δύναμης
- Μέσω της θερμότητας όταν υπάρχει μεταξύ τους θερμοκρασιακή μεταβολή

Αρχές διατήρησης

Στη φυσική χρησιμοποιούμε και τις παρακάτω αρχές διατήρησης:

- **Διατήρηση της ορμής:** $\vec{p}_{\text{ολ}}^{\text{πριν}} = \vec{p}_{\text{ολ}}^{\text{μετά}}$ (ορισμός της ορμής: $\vec{p} = m\vec{v}$)

- **Διατήρηση της στροφορμής:** $\vec{L}_{\text{ολ}}^{\text{πριν}} = \vec{L}_{\text{ολ}}^{\text{μετά}}$

(ορισμός της στροφορμής \vec{L} στερεού σώματος: μέτρο $L = I\omega$, διεύθυνση των άξονα περιστροφής και φορά που ορίζεται από τον κανόνα του δεξιού χεριού. Στην τρίτη Λυκείου)

Δεν ξεχνάμε:

- **Υλικό σημείο** θεωρείται ένα σώμα αν οι διαστάσεις του είναι πολύ μικρότερες από τις άλλες διαστάσεις που χρησιμοποιούμε για την περιγραφή ενός φαινομένου. Το παριστάνουμε με μια κουκίδα.

Για παράδειγμα όταν περιγράφουμε την κίνηση ενός διορυφόρου γύρω από τη Γη, τον αντιμετωπίζουμε ως ένα κινούμενο υλικό σημείο που έχει μάζα ίση με τη μάζα του διορυφόρου.

- **Μηχανικό στερεό** είναι το υποθετικό στερεό που δεν παραμορφώνεται όταν του ασκούνται δυνάμεις

- την αρχή επαλληλίας ή ανεξαρτησίας των κινήσεων
- τη μεταβολή ενός φυσικού μεγέθους (πχ μεταβολή της ταχύτητας $\Delta v = v_2 - v_1$)
- τους ρυθμούς μεταβολής των φυσικών μεγεθών.

Αν για παράδειγμα Φ είναι το σύμβολο ενός φυσικού μεγέθους, τότε:

ο μέσος ρυθμός μεταβολής είναι $\frac{\Delta\Phi}{\Delta t}$ και ο στιγμιαίος ρυθμός μεταβολής είναι $\frac{d\Phi}{dt}$.

- το Κλάσμα Μεταβολής $\frac{\Phi_{\text{τελ}} - \Phi_{\text{αρχ}}}{\Phi_{\text{αρχ}}}$ και το Ποσοστό Μεταβολής: $\frac{\Phi_{\text{τελ}} - \Phi_{\text{αρχ}}}{\Phi_{\text{αρχ}}} \cdot 100\%$

ΠΑΡΑΔΕΙΓΜΑΤΑ ΚΙΝΗΣΕΩΝ

A) Ευθύγραμμη ομαλή κίνηση με $x_0 = 0$ και κίνηση προς τα θετικά του άξονα xx'

α) Κινηματική προσέγγιση

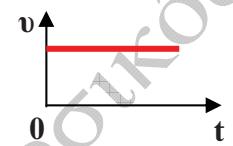
Εξισώσεις κίνησης

(Λεκτική διατύπωση, με μαθηματικές εξισώσεις και με διαγράμματα)

- **Eξίσωση ταχύτητας**

Λεκτικά. Στην ευθύγραμμη ομαλή κίνηση η ταχύτητα παραμένει σταθερή (κατά μέτρο και κατεύθυνση)

Διάγραμμα

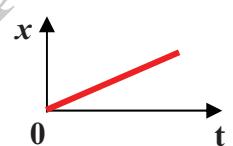


Μαθηματική εξίσωση. $\bar{v} = \text{σταθερή}$ ή αλγεβρικά $v = \text{σταθερή}$

- **Eξίσωση θέσης**

Λεκτικά. Στην ευθύγραμμη ομαλή κίνηση η θέση είναι ανάλογη του χρόνου κίνησης

Διάγραμμα

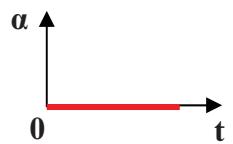


Μαθηματική εξίσωση. $x = v \cdot t$ (γενικά ισχύει $x = x_0 + v \cdot t$)

- **Eξίσωση επιτάχυνσης**

Λεκτικά. Στην ευθύγραμμη ομαλή κίνηση η επιτάχυνση είναι μηδενική

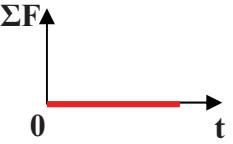
Διάγραμμα



β) Δυναμική προσέγγιση

Η συνισταμένη δύναμη που ασκείται στο σώμα είναι μηδενική $\Sigma \vec{F} = 0$

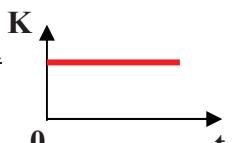
Διάγραμμα



γ) Ενεργειακή προσέγγιση

Η κινητική ενέργεια του σώματος διατηρείται σταθερή $K = \text{σταθερή}$

Διάγραμμα



Όμοια προς τα αριστερά

B) Ευθύγραμμη ομαλά επιταχυνόμενη κίνηση με θετική αρχική ταχύτητα ($v_0 > 0$)

α) Κινηματική προσέγγιση

Εξισώσεις κίνησης

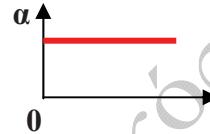
(Λεκτική διατύπωση, με μαθηματικές εξισώσεις και με διαγράμματα)

- Eξίσωση επιτάχυνσης**

Λεκτικά. Στην ευθύγραμμη ομαλά επιταχυνόμενη κίνηση

η επιτάχυνση παραμένει σταθερή (κατά μέτρο και κατεύθυνση)

Διάγραμμα



Μαθηματική εξίσωση. $\ddot{a} = \text{σταθερή}$ ή αλγεβρικά $a = \text{σταθερή}$

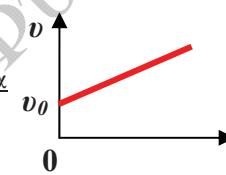
- Eξίσωση ταχύτητας**

Λεκτικά. Στην ευθύγραμμη ομαλά επιταχυνόμενη κίνηση

η ταχύτητα είναι γραμμική συνάρτηση του χρόνου κίνησης

Μαθηματική εξίσωση. $v = v_0 + a \cdot t$

Διάγραμμα

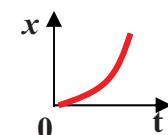


- Eξίσωση θέσης**

Λεκτικά. Στην ευθύγραμμη ομαλά επιταχυνόμενη κίνηση η θέση είναι τετραγωνική συνάρτηση του χρόνου κίνησης

Μαθηματική εξίσωση. $x = v_0 \cdot t + \frac{1}{2} a \cdot t^2$

Διάγραμμα



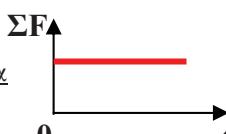
Σημ. Πολλές φορές χρησιμοποιούμε αντί της θέσης x , τη μετατόπιση Δx .

Προσοχή στις αρνητικές επιταχύνσεις

β) Δυναμική προσέγγιση

Η συνισταμένη δύναμη που ασκείται στο σώμα είναι σταθερή και ισχύει $\Sigma F = m \cdot a$

Διάγραμμα



γ) Ενεργειακή προσέγγιση

Ισχύει:

- το θεώρημα έργου – ενέργειας $\Delta K = W_{\text{ολ}}$
- η διατήρηση της μηχανικής ενέργειας $E_{\mu\eta\chi(\alpha\rho\chi)} = E_{\mu\eta\chi(\tau\epsilon\lambda)}$ αν στο σώμα παράγουν έργο μόνο οι διατηρητικές (συντηρητικές δυνάμεις) και
- η διατήρηση της ενέργειας $E_{\mu\eta\chi(\alpha\rho\chi)} = E_{\mu\eta\chi(\tau\epsilon\lambda)} + E$ όπου E η ενέργεια που συνολικά προσφέρεται στο σώμα ή αφαιρείται από το σώμα μέσω του έργου των μη διατηρητικών δυνάμεων.

Γ) ΚΥΚΛΙΚΗ ΚΙΝΗΣΗ

Κυκλική ονομάζουμε την κίνηση ενός σώματος που η τροχιά του είναι περιφέρεια κύκλου.

Στην κυκλική κίνηση η μεταβολή της θέσης του σώματος μπορεί να καθορισθεί με δύο ταχύτητες, τη γραμμική ταχύτητα (\bar{v}) και τη γωνιακή ταχύτητα ($\bar{\omega}$).

Η θέση του κινητού πάνω στον κύκλο καθορίζεται με το τόξο που διαγράφει ή με την επίκεντρη γωνία που αντιστοιχεί στο τόξο αυτό.

Φυσικά μεγέθη	Σχέσεις
- Ακτίνα κύκλου (R) σε m	$s = R \cdot \theta$
- Επίκεντρη γωνία (θ ή φ) σε rad	$f = \frac{1}{T}$
- Τόξο (s) σε m	
- Περίοδος (T) σε sec	$\omega = \frac{2\pi}{T} = 2\pi f$
- Συχνότητα (f) σε Hz	
- Γραμμική ταχύτητα (\bar{v}) σε m/s	$v = \frac{s}{t}$ $\dot{v} = \frac{\Delta s}{\Delta t}$ $\ddot{v} = \frac{ds}{dt}$
- Γωνιακή ταχύτητα ($\bar{\omega}$) σε rad/s	$\omega = \frac{\theta}{t}$ $\dot{\omega} = \frac{\Delta \theta}{\Delta t}$ $\ddot{\omega} = \frac{d\theta}{dt}$
- Γωνιακή επιτάχυνση ($\vec{\alpha}_{\gamma\omega v}$) σε rad/s ²	$\vec{\alpha}_{\gamma\omega v} = \frac{\Delta \bar{\omega}}{\Delta t}$ $\dot{\vec{\alpha}}_{\gamma\omega v} = \frac{d\bar{\omega}}{dt}$
	$v = \omega \cdot R$
- Κεντρομόλος επιτάχυνση (α_c) σε m/s ²	$\alpha_c = \frac{v^2}{R}$
- Κεντρομόλος δύναμη (F_c ή ΣF_R) σε N	$F_c = m\alpha_c = \frac{mv^2}{R}$

Πώς σχεδιάζουμε τις δυνάμεις που ασκούνται σε ένα σώμα

Για να προσδιορίσουμε τον τρόπο που κινείται ένα σώμα, θα πρέπει να συνδέσουμε την κίνησή του (αποτέλεσμα) με την αιτία που την προκαλεί (δύναμη). Το πρώτο βήμα προς αυτή την κατεύθυνση είναι να προσδιορίσουμε τις δυνάμεις που ασκούνται στο σώμα που μελετάμε. Σ' ένα σώμα είναι δυνατόν να ασκούνται περισσότερες από μια δυνάμεις. Για να σχεδιάσουμε όλες τις δυνάμεις που ασκούνται σ' ένα σώμα, ακολουθούμε την παρακάτω πορεία:

Πρώτο: Επιλέγουμε το σώμα που μας ενδιαφέρει. Υπενθυμίζουμε ότι αντιμετωπίζουμε όλα τα σώματα ως υλικά σημεία ή ως (μηχανικά) στερεά.

Δεύτερο: Σχεδιάζουμε τις δυνάμεις από **απόσταση** που ασκούνται στο σώμα, όπως για παράδειγμα το βάρος.

Τρίτο: Εντοπίζουμε όλα τα υπόλοιπα σώματα με τα οποία αυτό βρίσκεται σε **επαφή**. Κάθε ένα από αυτά του ασκεί δύναμη.

Αν το σώμα βρίσκεται σε επαφή με επιφάνεια, υπάρχουν δύο περιπτώσεις:

α) Η επιφάνεια να είναι λεία (δεν υπάρχουν τριβές), οπότε η δύναμη που ασκεί στο σώμα είναι ιάθετη προς την επιφάνεια με φορά από την επιφάνεια προς το σώμα.

β) Η επιφάνεια να είναι τραχιά (υπάρχουν τριβές), οπότε εκτός από την ιάθετη δύναμη, η επιφάνεια ασκεί στο σώμα και τη δύναμη της τριβής έτσι ώστε να αντιστέκεται στην κίνηση του σώματος.

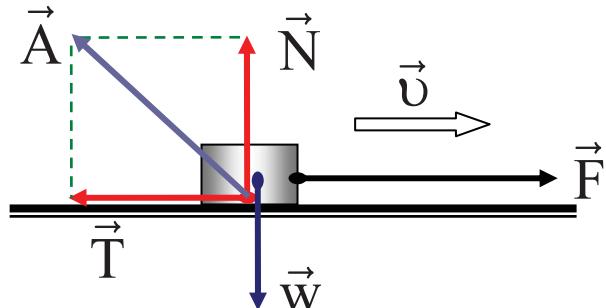
Αν το σώμα είναι σε επαφή με **νήμα** ή **σύρμα**, τότε η δύναμη που ασκεί το νήμα έχει τη διεύθυνση του νήματος και φορά από το σώμα προς το νήμα. Το νήμα ασκεί δύναμη μόνον εφόσον είναι τεντωμένο.

Αν το σώμα είναι σε επαφή με **ελατήριο**, τότε αυτό ασκεί δύναμη στο σώμα που έχει τη διεύθυνση του ελατηρίου και φορά τέτοια, ώστε να τείνει να επαναφέρει το ελατήριο προς το φυσικό του μήκος. Τα ελατήρια ασκούν δυνάμεις μόνον εφόσον είναι σε συμπίεση ή επιμήκυνση. Ελατήρια που έχουν το φυσικό τους μήκος δεν ασκούν δυνάμεις.

Παραδειγματα

Στο σώμα ασκούνται οι εξής δυνάμεις:

- Η ΔΥΝΑΜΗ \vec{F} . Την ασκεί ένα εξωτερικό αίτιο (πχ εμείς).
- Η ΤΡΙΒΗ ολισθησης (\vec{T}). Την ασκεί η στερεά (τραχιά) επιφάνεια στην οποία στηρίζεται το σώμα. Έχει ιατεύθυνση αντίθετη προς την εκείνη της ταχύτητας σώματος.
- Η ΚΑΘΕΤΗ ΑΝΤΙΔΡΑΣΗ (\vec{N}) (δύναμη στήριξης). Την ασκεί η στερεά επιφάνεια στην οποία στηρίζεται το σώμα. Είναι ιάθετη στη στερεά επιφάνεια και ιατεύθυνεται προς το μέρος του σώματος (Ισχύει $T = \mu \cdot N$).
- Η ΔΥΝΑΜΗ \vec{A} . Την ασκεί η στερεά (τραχιά) επιφάνεια στο σώμα. Είναι η συνισταμένη της ιάθετης δύναμης \vec{N} και της τριβής ολισθησης \vec{T} . (Είναι η πραγματική δύναμη που ασκεί η τραχιά επιφάνεια).
- Η δύναμη ΒΑΡΟΣ (\vec{w}). Την ασκεί ο πλανήτης Γη. Είναι ιατακόρυφη και προς τα ίάτω. Η δύναμη ΒΑΡΟΣ ασκείται από απόσταση. Όλες οι άλλες είναι δυνάμεις που ασκούνται εξ επαφής.



Βασικοί όροι Μηχανικής

Μέγεθος	Σύμβολο	Μονάδα μέτρησης (S.I.)
Χρόνος	t	s (second)
Χρονική διάρκεια	Δt	s
Μήκος	ℓ	m (metre)
Θέση	x	m
Μετατόπιση	Δx	m
Διάστημα	s	m
Ταχύτητα	v	m/s
Επιτάχυνση	α	m/s ²
Μάζα	m	kg (kilogram)
Δύναμη	F	N (Newton)
Βάρος	w	N
Τριβή	T	N
Συντελεστής τριβής	μ	-
Κάθετη αντίδραση	N	N
Επιτάχυνση της βαρύτητας	g	m/s ²
Γωνία στροφής	$\varphi \dot{\theta}$	rad
Γωνιακή ταχύτητα	ω	rad/s
Γωνιακή επιτάχυνση	$\alpha_{\text{ων}}$	rad/s ²
Κεντρομόλος επιτάχυνση	α_x	m/s ²
Κεντρομόλος δύναμη	F_x	N
Ορμή	p	kg · m/s
Ροπή δύναμης	τ	N · m
Ροπή αδράνειας	I	kg · m ²
Στροφορμή	L	kg · m ² /s
Έργο	W	J (Joule)
Ενέργεια	E	J
Δυναμική ενέργεια	U	J
Κινητική ενέργεια	K	J
Μηχανική ενέργεια	$E_{\text{μηχ}}$	J
Ισχύς	P	W (Watt)

Άσκηση στο Έργο Σταθερής Δύναμης

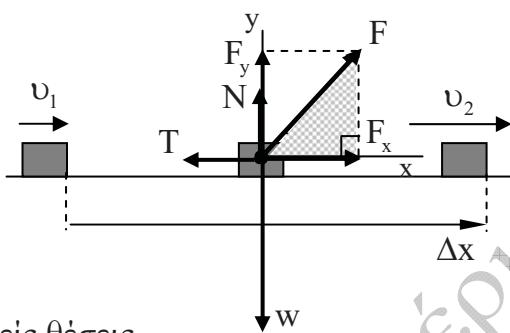
Ένα σώμα έχει μάζα 5 kg και κινείται σε οριζόντια επιφάνεια με τριβές. Στο σώμα ασκείται σταθερή πλάγια δύναμη, μέτρου $F = 20\sqrt{3} \text{ N}$ που σχηματίζει γωνία 60° με τον οριζόντα και προς τα πάνω. Να βρεθούν:

- Η δύναμη στήριξης N και η τριβή ολίσθησης T .
- Το έργο της δύναμης F και της τριβής ολίσθησης T για μετατόπιση $5\sqrt{3} \text{ m}$.
- Παράγει έργο η δύναμη στήριξης και η δύναμη βάρος;

Δίνονται: $\mu = 0,2$, η επιτάχυνση της βαρύτητας $g = 10 \text{ m/s}^2$, $\eta \mu 60^\circ = \frac{\sqrt{3}}{2}$, $\sin 60^\circ = \frac{1}{2}$.

Λύση

Δεδομένα	Ζητούμενα
$m = 5 \text{ kg}$	N, T
$F = 20\sqrt{3} \text{ N}$	W_F, W_T
$\theta = 60^\circ$	W_N
$\Delta x = 5\sqrt{3} \text{ m}$	W_w



Σχεδιάζουμε το σώμα σε τρεις θέσεις.

Στην αρχική και τελική θέση βάζουμε μόνο τις ταχύτητες. Στην ενδιάμεση θέση σχεδιάζουμε τις δυνάμεις που δέχεται το σώμα και αναλύουμε τη δύναμη F σε οριζόντια F_x και ιατακόρυφη συνιστώσα F_y . Βρίσκουμε τις συνιστώσες της F , που θα χρειαστούν παρακάτω στην άσκηση.

$$\eta \mu \theta = \frac{F_y}{F} \rightarrow \frac{\eta \mu \theta}{1} = \frac{F_y}{F} \rightarrow 1 \cdot F_y = F \cdot \eta \mu \theta \rightarrow F_y = 20\sqrt{3} \text{ N} \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} = 10 \cdot (\sqrt{3})^2 \text{ N} = 10 \cdot 3 \text{ N} \rightarrow F_y = 30 \text{ N}$$

$$\sigma v \theta = \frac{F_x}{F} \rightarrow \frac{\sigma v \theta}{1} = \frac{F_x}{F} \rightarrow 1 \cdot F_x = F \cdot \sigma v \theta \rightarrow F_x = 20\sqrt{3} \text{ N} \cdot \frac{1}{2} \rightarrow F_x = 10\sqrt{3} \text{ N}.$$

Επίσης η δύναμη βάρος έχει τιμή $w = mg = 5 \text{ kg} \cdot 10 \text{ m/s}^2 \rightarrow w = 50 \text{ N}$

α) Το σώμα στον άξονα y' ισορροπεί. Σύμφωνα με τον 1^o νόμο του Νεύτωνα ισχύει $\Sigma F_y = 0$. Έχουμε λοιπόν:

$$\Sigma F_y = 0 \rightarrow N + F_y - w = 0 \rightarrow N = w - F_y \rightarrow N = 50N - 30N \rightarrow N = 20N. \text{Η δύναμη τριβής είναι, } T = \mu \cdot N = 0,2 \cdot 20N \rightarrow T = 4 \text{ N}$$

β) Το έργο της συνιστώσας F_y που είναι κάθετη στη μετατόπιση είναι ίσο με μηδέν.

Επομένως το έργο της δύναμης F ισούται με το γινόμενο της παράλληλης συνιστώσας F_x επί τη μετατόπιση Δx , δηλ $W_F = F_x \cdot \Delta x$.

Έχουμε λοιπόν:

$$W_F = F_x \cdot \Delta x = 10\sqrt{3} \text{ N} \cdot 5\sqrt{3} \text{ m} = 50(\sqrt{3})^2 \text{ Joule} = 50 \cdot 3 \text{ Joule} \rightarrow W_F = 150 \text{ Joule}.$$

Επίσης το έργο της τριβής είναι, $W_T = -T \cdot \Delta x = -4 \text{ N} \cdot 5\sqrt{3} \text{ m} \rightarrow W_T = -20\sqrt{3} \text{ Joule}$.

γ) Η δύναμη στήριξης N και η δύναμη βάρος w δεν παράγουν έργο γιατί είναι κάθετες στη μετατόπιση Δx ($W_N = 0$ και $W_w = 0$).

Παρατήρηση. Στον άξονα x' ισχύει ο 2^oς νόμος του Νεύτωνα, $\Sigma F_x = m \cdot a$

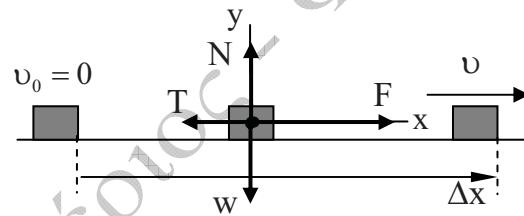
ΑΣΚΗΣΗ ΣΕ ΔΥΝΑΜΕΙΣ - ΕΡΓΟ - ΕΝΕΡΓΕΙΑ

Ένα σώμα αέχει μάζα 5 kg και είναι αρχικά ακίνητο σε οριζόντια επιφάνεια. Κάποια στιγμή αρχίζει ν' ασκείται στο σώμα σταθερή οριζόντια δύναμη \vec{F} προς τα δεξιά, μέτρου $F = 30 \text{ N}$ ενώ η δύναμη τριβής \vec{T} που αναπτύσσεται ανάμεσα στο σώμα και στην επιφάνεια έχει μέτρο $T = 10 \text{ N}$. Αφού ξέρετε το κατάλληλο σχήμα, να βρείτε για μετατόπιση $\Delta x = 50 \text{ m}$:

- α) Το έργο της δύναμης \vec{F}
- β) Το έργο της δύναμης τριβής \vec{T}
- γ) Το έργο της συνολικής δύναμης που ασκείται στο σώμα. Τι εκφράζει το έργο της κάθε δύναμης;
- δ) Την κινητική ενέργεια του σώματος
- ε) Την ταχύτητα του σώματος

Λύση

Δεδομένα	Ζητούμενα
$m = 5 \text{ Kg}$	$W_F = ?$
$v_0 = 0 \text{ m/s}$	$W_T = ?$
$F = 30 \text{ N}$	$W_{\Sigma F_x} = ?$
$T = 10 \text{ N}$	$K = ?$
$\Delta x = 50 \text{ m}$	$v = ?$



Σχεδιάζουμε το σώμα σε τρείς θέσεις.

Στην αρχική και τελική θέση βάζουμε μόνο τις ταχύτητες. Στην ενδιάμεση θέση σχεδιάζουμε τις δυνάμεις που δέχεται το σώμα. Αυτές είναι:

- Η ΔΥΝΑΜΗ \vec{F} . Την ασκεί ένα εξωτερικό αίτιο.
- Η ΤΡΙΒΗ \vec{T} . Την ασκεί η στερεά (τραχιά) επιφάνεια στην οποία στηρίζεται το σώμα. Έχει κατεύθυνση αντίθετη προς εκείνη της ταχύτητας σώματος.
- Η ΔΥΝΑΜΗ ΣΤΗΡΙΞΗΣ (κάθετη αντίδραση) \vec{N} . Την ασκεί η στερεά επιφάνεια στην οποία στηρίζεται το σώμα. Είναι κάθετη στη στερεά επιφάνεια και κατευθύνεται προς το μέρος του σώματος.
- Η δύναμη ΒΑΡΟΣ \vec{w} . Την ασκεί ο πλανήτης Γη. Είναι κατακόρυφη και προς τα κάτω.

α) Όπως γνωρίζουμε, το έργο μιας σταθερής δύναμης \vec{F} που μετακινεί το σημείο εφαρμογής της στην κατεύθυνσή της, ισούται με το γινόμενο του μέτρου της δύναμης αυτής F επί τη μετατόπιση του σώματος Δx , δηλαδή $W_F = F \cdot \Delta x$. Και αφού γνωρίζουμε ότι η μετατόπιση του σώματος είναι $\Delta x = 50 \text{ m}$, τότε για την σταθερή οριζόντια δύναμη $F = 30 \text{ N}$ ισχύει $W_F = F \cdot \Delta x = 30 \text{ N} \cdot 50 \text{ m} \rightarrow W_F = 1500 \text{ Joule}$.

β) Το ίδιο ισχύει και για την τριβή, αλλά επειδή η δύναμη τριβής \vec{T} έχει αντίθετη κατεύθυνση από τη μετατόπιση, το έργο της είναι $W_T = -T \cdot \Delta x$. Επομένως, για $T = 10 \text{ N}$ και $\Delta x = 50 \text{ m}$, έχουμε $W_T = -T \cdot \Delta x = -10 \text{ N} \cdot 50 \text{ m} \rightarrow W_T = -500 \text{ Joule}$.

γ) Σύμφωνα με τα παραπάνω, το έργο της συνολικής δύναμης που ασκείται στο σώμα δίνεται από τη σχέση $W_{\Sigma F_x} = \Sigma F_x \cdot \Delta x$. Είναι $\Sigma F_x = F - T = 30 \text{ N} - 10 \text{ N} \rightarrow \Sigma F_x = 20 \text{ N}$ και $\Delta x = 50 \text{ m}$, οπότε έχουμε $W_{\Sigma F_x} = \Sigma F_x \cdot \Delta x = 20 \text{ N} \cdot 50 \text{ m} \rightarrow W_{\Sigma F_x} = 1000 \text{ Joule}$.

Μπορούμε να παρατηρήσουμε πως το έργο της συνολικής δύναμης που ασκείται στο σώμα προκύπτει και από την πρόσθεση του έργου της τριβής \vec{T} με αυτό της δύναμης \vec{F} , δηλαδή $W_{\Sigma F_x} = W_F + W_T = 1500 \text{ J} + (-500 \text{ J}) = 1500 \text{ J} - 500 \text{ J} = 1000 \text{ Joule}$.

Τι εκφράζει τώρα το έργο της κάθε δύναμης

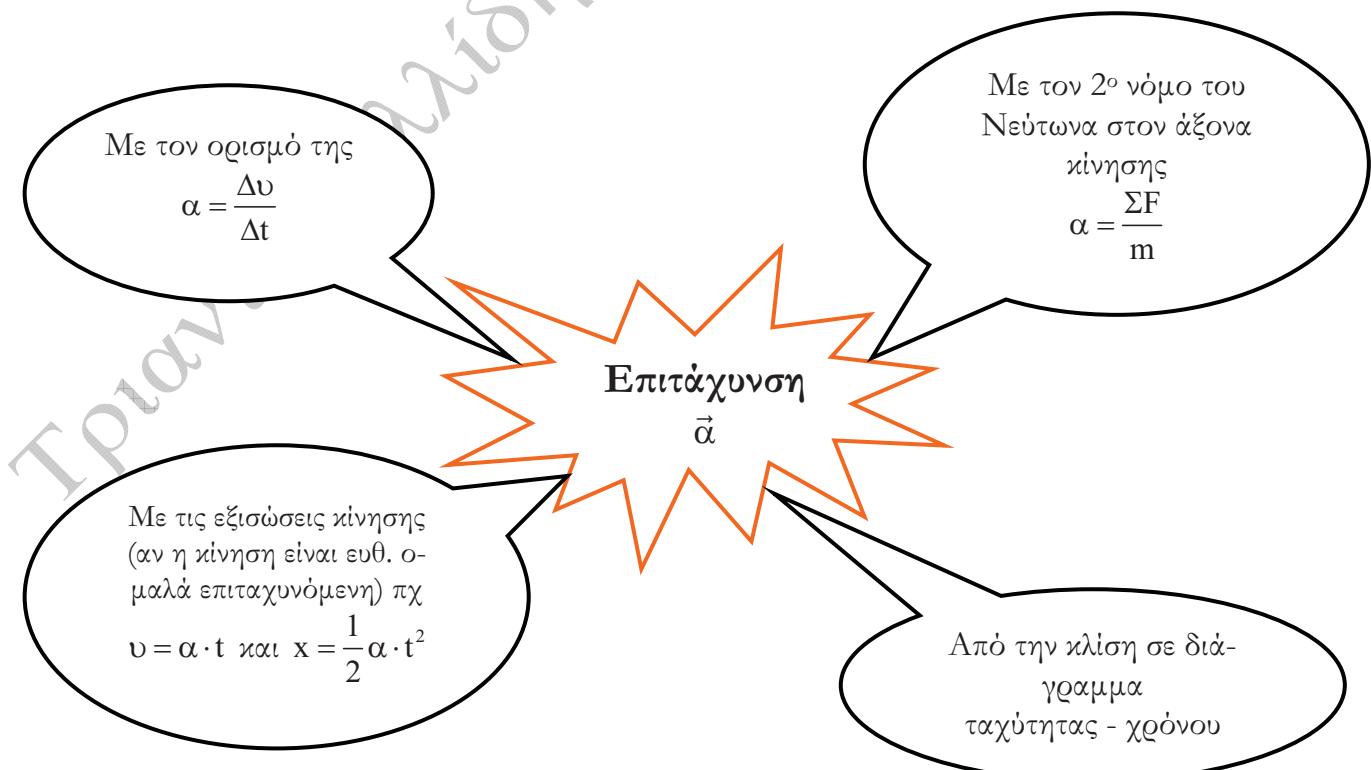
- Το έργο της σταθερής οριζόντιας δύναμης \vec{F} είναι θετικό και εκφράζει την ενέργεια που προσφέρεται στο σώμα από αυτόν που ασκεί τη δύναμη.
- Το έργο της τριβής αντίθετα είναι αρνητικό, καθώς η δύναμη \vec{T} της τριβής και η μετατόπιση έχουν αντίθετη κατεύθυνση και εκφράζει την ενέργεια που αφαιρείται από το σώμα, επειδή η τριβή αντιτίθεται στη μετατόπιση. Η ενέργεια αυτή εκφράζει την ποσότητα της ενέργειας του σώματος που μετασχηματίζεται σε θερμότητα και ισχύει $Q = |W_T|$.
- Το έργο της συνολικής δύναμης $\Sigma \vec{F}_x$ είναι θετικό και εκφράζει την συνολική ενέργεια που προσφέρεται τελικά στο σώμα στο χρονικό διάστημα των 5 s.

δ) Η κινητική ενέργεια που αποκτά το σώμα ισούται με το έργο της συνισταμένης δύναμης. που ασκήθηκε σε αυτό κατά τη διάρκεια της παραπάνω μετατόπισης.

Έχουμε: $K = W_{\Sigma F_x}$ ή $K = 1000 \text{ J}$

$$\text{ε)} \text{ Για την κινητική ενέργεια ισχύει: } K = \frac{1}{2} m \cdot v^2 \rightarrow v = \sqrt{\frac{2K}{m}} = \sqrt{\frac{2 \cdot 1000 \text{ J}}{5 \text{ kg}}} \rightarrow v = 20 \text{ m / s}$$

Πως βρίσκουμε την επιτάχυνση (μερικοί τρόποι)



Πέντε ασκήσεις στη ενέργεια

- Σε ένα τόξο, το βέλος συνδέεται με την τεντωμένη χορδή που έχει δυναμική ενέργεια 200 J . Το βέλος εκτοξεύεται οριζόντια.
 - Πόση είναι η κινητική ενέργεια του βέλους όταν η δυναμική ενέργεια της χορδής είναι 80 J ; Τι ποσοστό της αρχικής δυναμικής ενέργειας της χορδής μετατράπηκε σε κινητική ενέργεια στο βέλος;
 - Πόση είναι η κινητική ενέργεια του βέλους όταν η δυναμική ενέργεια της χορδής είναι τριπλάσια της κινητικής του βέλους;
- Ένας αλεξιπτωτιστής εγκαταλείπει το ακίνητο ελικόπτερο μέσα στο οποίο βρίσκεται, σε ύψος $h = 2000 \text{ m}$ από το έδαφος. Κινείται κατακόρυφα προς τα κάτω με σταθερή ταχύτητα ίση με $v = 18 \text{ km/h}$ έχοντας ανοιγμένο το αλεξιπτωτό του. Η συνολική μάζα αλεξιπτωτιστή και αλεξιπτωτού είναι $m = 200 \text{ kg}$.
 - Πόση δύναμη αντίστασης δέχθηκε από τον αέρα ο αλεξιπτωτιστής όσο χρόνο κινήθηκε με την σταθερή ταχύτητα;
 - Σε ποιο ύψος βρίσκεται τη χρονική στιγμή 100 s ;
 - Σε πόσο χρόνο συναντά το έδαφος;
- Αν υποθέσουμε ότι το αλεξιπτωτό δεν άνοιγε, με πόση ταχύτητα (σε km/h) θα έφτανε ο αλεξιπτωτιστής στο έδαφος; Θεωρήστε αμελητέα την αντίσταση του αέρα στην περίπτωση αυτή και ότι όταν εγκαταλείπει το ελικόπτερο ο αλεξιπτωτιστής έχει μηδενική ταχύτητα. Δίνεται: $g = 10 \text{ m/s}^2$.
 - Να υπολογίσετε τη μηχανική ενέργεια του αερόστατου τη στιγμή που απέχει από το έδαφος απόσταση 40 m . Τι ποσοστό τις % της μηχανικής ενέργειας, είναι η δυναμική ενέργεια του αερόστατου;
 - Να κατασκευάσετε τη γραφική παράσταση:
 - της δυναμικής ενέργειας του αερόστατου σε σχέση με το ύψος που βρίσκεται καθώς ανέρχεται.
 - της κινητικής ενέργειας του αερόστατου σε σχέση με την ταχύτητα καθώς ανέρχεται.
 - Πόση είναι η ισχύς του βάρους του καθώς ανέρχεται;
Δίνεται: $g = 10 \text{ m/s}^2$.
- Από την ταράτσα ενός κτιρίου ύψους 10 m εκτοξεύεται κατακόρυφα προς τα πάνω μια μεταλλική σφαίρα μάζας m με αρχική ταχύτητα 5 m/s . Αφού κάνετε το κατάλληλο σχήμα να βρείτε:
 - Το μέγιστο ύψος από την επιφάνεια του εδάφους που φτάνει.
 - Με ποια ταχύτητα φτάνει η μπάλα στο έδαφος;
 - Αν η μάζα της σφαίρας είναι 2 kg να κατασκευάσετε τις γραφικές παραστάσεις της κινητικής ενέργειας και της μηχανικής ενέργειας της σφαίρας σε συνάρτηση με το ύψος από την επιφάνεια του εδάφους.
Δίνεται: $g = 10 \text{ m/s}^2$

5. Ένα μικρό αερόστατο έχει συνολική μάζα 10 kg και κατεβαίνει με σταθερή ταχύτητα 10 m/s . Κάποια στιγμή το αερόστατο βρίσκεται σε ύψος 20 m από το έδαφος. Αφού ηλέτε το κατάλληλο σχήμα να βρείτε:

- α) Την αντίσταση που δέχεται το αερόστατο απ' τον αέρα
- β) Ποια είναι η μηχανική ενέργεια του αερόστατου εκείνη τη στιγμή;
- γ) Να βρείτε το έργο της αντίστασης στον αέρα σε χρόνο 2 s .
- δ) Πόσο μεταβάλλεται η μηχανική ενέργεια του αερόστατου σε χρόνο 2 s ; Σε τι μετατρέπεται αυτή η μεταβολή της μηχανικής ενέργειας;

Δίνεται: $g = 10\text{ m/s}^2$.

Τριανταφυλλίδης Α. Αστέριος - Φυσικός